

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Факультет экономики и управления

УТВЕРЖДАЮ
И. о. проректора по УР
М. Х. Чанкаев
«29» мая 2024 г., протокол № 8

Рабочая программа дисциплины

Линейная алгебра

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки

38.03.01. Экономика

(шифр, название направления)

Направленность (профиль) подготовки

Бухгалтерский учет, анализ и аудит

Квалификация выпускника

бакалавр

Форма обучения

заочная

Год начала подготовки - 2020

(по учебному плану)

Карачаевск, 2024

Программу составил: к.п.н., доцент Гербеков Х.А.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и на основании учебного плана.

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании
кафедры алгебры и геометрии
Протокол №9 от 17.05.2024 г.

Зав. кафедрой Гербеков Х. А.

Содержание

1. Наименование дисциплины (модуля).....	4
2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	4
3. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы	5
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся.....	5
5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....	6
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)	9
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)	9
7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.....	9
7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	9
7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы	11
ПРИМЕРНЫЕ ВАРИАНТЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ	18
7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	19
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)	20
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).....	21
10. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)	21
<i>10.1. Общесистемные требования</i>	<i>21</i>
<i>10.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины</i>	<i>22</i>
<i>10.3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы</i>	<i>23</i>
11. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья	23
12. Лист регистрации изменений	24

1. Наименование дисциплины (модуля)

Линейная алгебра

Целью изучения дисциплины является теоретическое освоение обучающимися основных разделов математики, необходимых для понимания роли математики в профессиональной деятельности; формирования культуры мышления, способности к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения; приобретение обучающимися навыков построения математических доказательств путем непротиворечивых логических рассуждений: освоения основных методов линейной алгебры, применяемых в решении профессиональных задач и научно-исследовательской деятельности.

Для достижения цели ставятся задачи:

- получить представление о роли математики в профессиональной деятельности;
- изучить необходимый понятийный аппарат дисциплины;
- сформировать умения доказывать теоремы линейной алгебры;
- сформировать умения решать типовые задачи основных разделов линейной алгебры, в том числе с использованием прикладных математических пакетов;
- получить необходимые знания из области линейной алгебры для дальнейшего самостоятельного освоения научно-технической информации;
- получить представление о применении положений линейной алгебры при моделировании различных процессов.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения ОП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине (модулю):

Коды компетенции	Результаты освоения ОП Содержание компетенций*	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине**
ОПК-2	способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач	Знать: профессиональные основы речевой коммуникации с использованием элементов формального математического языка, в частности языка линейной алгебры; основные способы представления информации с использованием средств линейной алгебры для решения типовых и исследовательских задач профессиональной области; основные методы решения задач линейной алгебры. Уметь: осуществлять поиск и отбирать информацию, необходимую для решения конкретной задачи; осуществлять перевод информации с языка, характерного для профессиональной области, на математический язык, в частности на язык линейной алгебры; представлять информацию с использованием средств линейной алгебры для решения типовых и исследовательских задач профессиональной области.

		Владеть: профессиональными основами речевой коммуникации с использованием элементов формального математического языка; навыками представления информации с использованием средств линейной алгебры для решения типовых и исследовательских задач профессиональной области; основными методами решения задач линейной алгебры; математическим языком предметной области для записи результатов проведённых исследований в терминах предметной области.
ОПК-3	способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы	Знать: методы линейной алгебры, применяемые для обработки данных
		Уметь: выбирать методы линейной алгебры для обработки данных в соответствии с поставленной экономической задачей; анализировать результаты расчетов, делать практические выводы и обобщения, обосновывать полученные выводы
		Владеть: навыками применения методов линейной алгебры для обработки данных; навыками анализа результатов расчетов и обоснования выводов

3. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Данная дисциплина (модуль) относится к Блоку 1.

Дисциплина (модуль) изучается на 1 курсе в 1 и 2 семестрах.

МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП	
Индекс	Б1. Б.08
Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
Для успешного освоения дисциплины студент должен иметь базовую подготовку по элементарной математике в объеме программы средней школы.	
Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:	
Дисциплина (модуль) "Линейная алгебра" является базовой для успешного освоения дисциплин (модулей) Методы оптимальных решений, Теория вероятностей и математическая статистика, Теория игр. Изучение дисциплины необходимо для успешного освоения дисциплин профессионального цикла и практик, формирующих компетенции ОПК-2, ОПК-3.	

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 6 ЗЕТ, 216 академических часов.

Объем дисциплины	Всего часов
------------------	-------------

	для очной формы обучения	для заочной формы обучения
Общая трудоемкость дисциплины		216
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий)* (всего)		16
Аудиторная работа (всего):		16
в том числе:		
лекции		6
семинары, практические занятия		10
практикумы		
лабораторные работы		
Внеаудиторная работа:		
курсовые работы		
консультация перед экзаменом		
Внеаудиторная работа также включает индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем), рефераты, контрольные работы и др.		
Самостоятельная работа обучающихся (всего)		180
Контроль самостоятельной работы		20
Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет / экзамен)		экзамен 1,2 сем зачет 1 сем

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Для заочной формы

№ п/п	Курс/ семестр	Раздел, тема дисциплины	Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)				
				всего	Аудиторные уч. занятия			Сам. работа
					Лек	Пр	Лаб	
		Раздел 1. Матрицы и операции над ними						
1	1/1	Понятие матрицы. Некоторые специальные виды матриц. Основные операции над матрицами и их свойства.	8	2			6	
2	1/1	Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Понятие ранга матрицы.	10				6	
		Раздел 2. Определители						
3	1/1	Определители 2-го и 3-го порядков. Разложение определителя по первой строке. Свойства определителей. Вырожденные и невырожденные матрицы.	8		2		6	
4	1/1	Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя n-го порядка по первой	10				6	

		строке. Свойства определителей. Способы вычисления определителей..					
5	1/1	Понятие обратной матрицы и условие ее существования. Способы вычисления обратной матрицы.	6				6
6	1/1	Определитель суммы и произведения матриц.	6				6
		Раздел 3. Линейные пространства					
7	1/1	n-мерное линейное векторное пространство. Арифметические векторные пространства R^n упорядоченных строк.	6				6
8	1/1	Линейная зависимость и независимость системы векторов и ее свойства. Понятие ранга системы векторов. Ранг системы векторов в арифметических пространствах и его вычисление с помощью элементарных преобразований. Равенство строчечного и столбцевого ранга матриц.	10	2			4
9	1/1	Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в данном базисе и их единственность. Преобразование координат вектора при переходе от базиса к базису.	6				6
		Раздел 4. Системы линейных уравнений					
10	1/1	Основные понятия теории систем линейных уравнений (СЛУ). Элементарные преобразования СЛУ. Метод Гаусса для решения СЛУ. Критерий совместности СЛУ Число решений совместной системы.	8		2		6
11	1/1	Однородная СЛУ. Структура множества всех решений однородной системы линейных уравнений. Необходимое и достаточное условие существования ненулевых решений. Фундаментальная система решений однородной СЛУ и ее нахождение. Общее решение неоднородной системы. Связь между ними.	8		2		6
12	1/1	Матричная форма записи системы линейных уравнений. Решение матричного уравнения $AX=B$ с невырожденной матрицей A. Правило Крамера решения системы n линейных уравнений с n неизвестными.	8	2			6
13	1/1	Использование систем линейных уравнений при решении экономических задач. Модель межотраслевого баланса Леонтьева.	8				8
		Раздел 5. Евклидово векторное пространство					
14	1/1	Свойства скалярного произведения векторов. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональность векторов. Ортонормированный базис. Формулы скалярного произведения в ортонормированном базисе.	10				8
15	1/1	Длина вектора и угол между векторами. Матрица скалярного произведения в ортонормированном базисе.	8		2		6
		Раздел 6. Линейные операторы.					
16	1/2	Линейное преобразования пространства R^n . Определение и примеры. Ядро и образ линейного оператора. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе от базиса к базису.	10				8
17	1/2	Собственные векторы и собственные значения линейных операторов. Характеристическое уравнение линейного оператора. Нахождение	8		2		6

		собственных значений и собственных векторов линейного оператора. Свойства собственных векторов.					
		Раздел 7. Линейные, билинейные и квадратичные формы					
18	1/2	Понятие линейного функционала. Линейное преобразование переменных. Понятие билинейной формы. Матрица билинейной формы. Матрица симметричной билинейной формы. Преобразование матрицы билинейной формы при переходе от базиса к базису.	8				8
19	1/2	Определение квадратичной формы. Единственность симметричной билинейной формы, порождающей квадратичную форму. Канонический и нормальный виды квадратичной формы. Теорема о приведении квадратичной формы к каноническому виду. Способы приведения квадратичной формы к каноническому и нормальному виду.	10				8
20	1/2	Закон инерции квадратичных форм. Ранг и положительный индекс квадратичной формы. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.	10				8
		Раздел 8. Самосопряженные операторы					
21	1/2	Линейные отображения евклидовых пространств. Изоморфизм евклидовых пространств одной размерности. Спряженность операторов в евклидовом пространстве. Самосопряженные операторы. Матрицы самосопряженных операторов. Собственные векторы и собственные значения самосопряженных операторов.	8				8
22	1/2	Ортонормированный базис из собственных векторов самосопряженного оператора. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.	10				8
		Раздел 9. Точечно-аффинные пространства произвольной размерности					
23	1/2	Аффинные и точечно-аффинные евклидовы пространства размерности 1, 2, 3, ..., n. Плоскости в точечно-аффинных пространствах и их взаимное расположение. Выпуклые множества в точечно-аффинных пространствах.	8				10
24	1/2	Геометрическая интерпретация решения однородных и неоднородных систем линейных уравнений.	8				8
25	1/2	Преобразование координат точки при замене системы координат. Линейные отображения точечно-аффинных пространств и связанные с ними линейные операторы.	8				8
26	1/2	Геометрические свойства линейных отображений. Аффинные и изометрические отображения.	8				8
		Контроль	20				
		ВСЕГО	216	6	10		180

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Помимо рекомендованной основной и дополнительной литературы, в процессе самостоятельной работы студенты могут пользоваться следующими методическими материалами:

1. Краткий конспект лекций по дисциплине «Линейная алгебра» для бакалавров направления 38.03.01.- Экономика.

2. Курс «Линейная алгебра» в системе СДО КЧГУ имени У.Д. Алиева.

Методические материалы в виде электронных ресурсов находятся в открытом доступе на кафедре алгебры и геометрии.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Перечень (код) контролируемой компетенций	Контролируемые разделы (темы)	Этапы формирования компетенций
ОПК-2, ОПК-3	Раздел 1. Матрицы и операции над ними	1 этап
ОПК-2, ОПК-3	Раздел 2. Определители	1 этап
ОПК-2, ОПК-3	Раздел 3. Линейные пространства	1 этап
ОПК-2, ОПК-3	Раздел 4. Системы линейных уравнений	1 этап
ОПК-2, ОПК-3	Раздел 5. Евклидово векторное пространство	1 этап
ОПК-2, ОПК-3	Раздел 6. Линейные операторы.	2 этап
ОПК-2, ОПК-3	Раздел 7. Линейные, билинейные и квадратичные формы	2 этап
ОПК-2, ОПК-3	Раздел 8. Самосопряженные операторы	2 этап
ОПК-2, ОПК-3	Раздел 9. Точечно-аффинные пространства произвольной размерности	2 этап

7.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

1 этап - начальный		
Показатели	Критерии	Шкала оценивания
1. Способность обучающегося продемонстрировать наличие знаний при решении учебных заданий.	1.Способность обучающегося продемонстрировать наличие знаний при решении заданий, которые были представлены преподавателем вместе с образцом их решения.	2 балла <i>ставится в случае:</i> незнания значительной части программного материала; не владения понятийным аппаратом дисциплины; существенных ошибок при изложении учебного материала; неумения строить ответ в соответствии

<p>2. Способность в применении умения в процессе освоения учебной дисциплины, и решения практических задач.</p> <p>3. Способность проявить навык повторения решения поставленной задачи по стандартному образцу</p>	<p>2. Применение умения к использованию методов освоения учебной дисциплины и способность проявить навык повторения решения поставленной задачи по стандартному образцу.</p> <p>3. Обучаемый демонстрирует самостоятельность в применении знаний, умений и навыков к решению учебных заданий в полном соответствии с образцом, данным преподавателем, по заданиям, решение которых было показано преподавателем.</p>	<p>со структурой излагаемого вопроса; умения делать выводы по излагаемому материалу.</p> <p>3 балла <i>студент должен:</i> продемонстрировать общее знание изучаемого материала; знать основную рекомендуемую программой дисциплины учебную литературу; уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины;</p> <p>4 балла <i>студент должен:</i> продемонстрировать достаточно полное знание материала; продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу</p> <p>5 баллов <i>студент должен:</i> продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний материала; исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; правильно формулировать определения; продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; уметь делать выводы по излагаемому материалу</p>
2 этап - заключительный		
<p>1. Способность обучаемого самостоятельно продемонстрировать наличие знаний при решении учебных заданий.</p> <p>2. Самостоятельность в применении умения к использованию методов освоения учебной дисциплины и к решению практических задач.</p> <p>3. Самостоя-</p>	<p>1. Обучающий демонстрирует самостоятельное применение знаний, умений и навыков при решении заданий, аналогичных тем, которые представлял преподаватель при потенциальном формировании компетенции.</p> <p>2. Обучаемый демонстрирует способность к полной самостоятельности в выборе способа решения неизвестных или нестандартных заданий в рамках учебной дисциплины с использованием знаний,</p>	<p>2 балла <i>ставится в случае:</i> незнания значительной части программного материала; не владения понятийным аппаратом дисциплины; существенных ошибок при изложении учебного материала; неумения строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; умения делать выводы по излагаемому материалу.</p> <p>3 балла <i>студент должен:</i> продемонстрировать общее знание изучаемого материала; знать основную рекомендуемую программой дисциплины учебную литературу; уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины;</p> <p>4 балла</p>

<p>тельность в проявлении навыка в процессе решения поставленной задачи без стандартного образца</p>	<p>умений и навыков, полученных как в ходе освоения данной учебной дисциплины, так и смежных дисциплин.</p>	<p>студент должен: продемонстрировать достаточно полное знание материала; продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; уметь делать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу</p> <p>5 баллов</p> <p>студент должен: продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний материала; исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; правильно формулировать определения; продемонстрировать умения самостоятельной работы с нормативно - правовой литературой; уметь делать выводы по излагаемому материалу</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

7.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

7.3.1. Типовые задания к контрольным работам:

Критерии оценивания:

- оценка «отлично» выставляется, если безошибочно выполнены все задания;
- оценка «хорошо» выставляется, если выполнены все задания, но допущены ошибки, не влияющие на ход и смысл их решения;
- оценка «удовлетворительно» выставляется, если выполнено правильно хотя бы одно задание работы;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполнено правильно ни одного задания.

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ № 1

-

Вариант 1.

1. Вычислить определитель:

$$а) \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}, б) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & 9 \end{vmatrix}, в) \begin{vmatrix} 2 & -5 & 4 & 3 \\ 3 & -4 & 7 & 5 \\ 4 & -9 & 8 & 5 \\ -3 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix};$$

2. Найти матрицу, обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 7 & 3 & 10 \\ 15 & 6 & 20 \end{pmatrix};$$

3. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 8 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему уравнений методом: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 5, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 4; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 - x_2 + 7x_3 - 2x_4 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 8x_3 - 4x_4 = 1, \\ 4x_1 + 2x_2 + 19x_3 + x_4 = 18, \\ 6x_1 - 5x_2 + 11x_3 - 3x_4 = -3; \end{cases}$$

5. Является ли следующая система векторов линейно зависимой?

$$a_1 = (1, 3, 4, 3), a_2 = (2, 5, 5, 8), a_3 = (4, 6, -2, 24), a_4 = (-3, -4, 3, -19)$$

6. 3. Найти ранг системы векторов и какой-нибудь базис.

$$a_1 = (25, 31, 17, 43), a_2 = (75, 94, 53, 132),$$

$$a_3 = (75, 94, 54, 134), a_4 = (25, 32, 20, 48).$$

Вариант 2.

1. Вычислить определитель:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -6 & 1 \end{vmatrix}, \text{ б) } \begin{vmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 2 & -3 & 5 \\ 3 & 5 & 7 \end{vmatrix}, \text{ в) } |A| = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & -4 & 2 & 5 \\ 3 & 0 & -4 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 4 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу, обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & -5 & 4 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix};$$

3. Решить матричное уравнение

$$A \times X = B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 9 \\ 14 \\ 16 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix};$$

4. Решить систему уравнений методом: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 + x_4 = -16, \\ 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 - 5x_4 = -4, \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 4, \\ 6x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -1; \end{cases}$$

5. Является ли следующая система векторов линейно зависимой?

$$a_1 = (1, 2, 3, 2), a_2 = (-2, 1, -2, -5), a_3 = (1, -1, -1, 1),$$

$$a_4 = (-1, 2, 1, -2), a_5 = (-1, 2, 1, -2).$$

6. Найти ранг системы векторов и какой-нибудь базис.

$$a_1 = (1, -1, 5, 7), a_2 = (-1, -3, 2, 4), a_3 = (3, 5, 1, -1), a_4 = (7, 9, 7, 1).$$

Вариант 3.

1. Вычислить определитель:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}, \text{ б) } \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & -4 & 3 \end{vmatrix}, \text{ в) } |A| = \begin{vmatrix} 3 & -9 & -3 & -1 \\ 5 & -8 & -2 & 0 \\ 4 & -5 & -1 & -2 \\ 7 & 0 & -4 & -5 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу, обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix};$$

3. Решить матричное уравнение

$$X \times \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};$$

4. Решить систему уравнений методом: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 + x_4 = -16, \\ 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 - 5x_4 = -4, \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 4, \\ 6x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -1; \end{cases}$$

5. Является ли следующая система векторов линейно зависимой?

$$a_1 = (4, -1, 3, -1), a_2 = (8, -2, 6, -4), a_3 = (3, -1, 4, -2), a_4 = (6, -2, 8, -4).$$

6. Найти ранг системы векторов и какой-нибудь базис.

$$a_1 = (2, 0, 2, 0, 2), a_2 = (0, 1, 0, 1, 0), a_3 = (2, 1, 0, 2, 1), a_4 = (0, 1, 0, 1, 0).$$

Вариант 4.

1. Вычислить определитель:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -2 & 4 \end{vmatrix}, \text{ б) } \begin{vmatrix} 7 & 2 & 3 \\ 9 & -1 & 1 \\ 11 & -4 & 2 \end{vmatrix}, \text{ в) } |A| = \begin{vmatrix} 3 & -3 & -5 & 8 \\ -3 & 2 & 4 & -6 \\ 2 & -5 & -7 & 5 \\ -4 & 3 & 5 & -6 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу, обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix};$$

3. Решить матричное уравнение

$$A \times X = B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix};$$

4. Решить систему уравнений методом: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса:

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 - x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 + 6x_3 + 3x_4 = -3, \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1, \\ x_2 + x_3 + x_4 = 3; \end{cases}$$

5. Является ли следующая система векторов линейно зависимой?

$$a_1 = (1, 1, 4, 2), a_2 = (1, -1, -2, 4), a_3 = (0, 2, 6, -2),$$

$$a_4 = (-3, -1, 3, 4), a_5 = (-1, 0, -4, -7).$$

6. Найти ранг системы векторов и какой-нибудь базис.

$$a_1 = (2, -1, 3, -2, 4), a_2 = (4, -2, 5, 1, 7), a_3 = (2, -1, 1, 8, 2).$$

Вариант 5.

1. Вычислить определитель:

$$a) \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 7 & 1 \end{vmatrix}, б) \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -3 & -3 & 1 \\ 4 & -7 & 0 \end{vmatrix}, в); |A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 & 2 \\ -8 & 9 & 10 & 5 \\ -8 & 5 & 8 & 5 \\ -5 & 6 & 7 & 4 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу, обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix};$$

3. Решить матричное уравнение

$$A \times X = B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -4 \\ 5 & -8 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix};$$

4. Решить систему уравнений методом: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 9, \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 = -4, \\ 4x_1 - 7x_2 + x_3 = 5; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -4, \\ -2x_1 - 5x_2 - x_3 + 3x_4 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 8x_4 = 4; \end{cases}$$

5. Является ли следующая система векторов линейно зависимой?

$$a_1 = (2, 3, 5), a_2 = (3, 4, -5), a_3 = (-2, -3, -6).$$

6. Найти ранг системы векторов и какой-нибудь базис.

$$a_1 = (25, 31, 17, 43), a_2 = (75, 94, 53, 132),$$

$$a_3 = (75, 94, 54, 134), a_4 = (25, 32, 20, 48).$$

Вариант 6.

1. Вычислить определитель:

$$a) \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -2 & -5 \end{vmatrix}, б) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \end{vmatrix}, в); |A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу, обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix};$$

3. Решить матричное уравнение

$$A \times X = B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 5 & 4 \\ 2 & 4 & 14 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix};$$

4. Решить систему уравнений методом: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 - 5x_2 + 5x_3 = 1; \end{cases} \quad б) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ x_1 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0; \end{cases}$$

5. Является ли следующая система векторов линейно зависимой?

$$a_1 = (1, 1, 1, 1), a_2 = (1, -1, 1, -1), a_3 = (2, 3, 1, 4).$$

6. Найти ранг системы векторов.

$$a_1 = (1, 2, 3, 4), a_2 = (4, 1, 2, 3), a_3 = (-2, 4, 5, 6).$$

Вариант 7

1. Вычислить определитель:

$$a) \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}, \text{ б) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 2 & -1 & 9 \\ 1 & -4 & 0 \end{vmatrix}, \text{ в) } |A| = \begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу, обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix};$$

3. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \times X \times \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему уравнений методом: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} -2x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -8, \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 = -9, \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 = -12. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 + x_4 = 5, \\ 3x_1 - 7x_2 + 3x_3 - x_4 = -1, \\ 5x_1 - 9x_2 + 6x_3 + 2x_4 = 7, \\ 4x_1 - 6x_2 + 3x_3 + x_4 = 8; \end{cases}$$

5. Является ли следующая система векторов линейно зависимой?

$$a_1 = (1, 2, 3, 4), a_2 = (4, 1, 2, 3), a_3 = (3, 4, 1, 2).$$

6. Найти ранг системы векторов и какой-нибудь базис.

$$a_1 = (5, 4, 3), a_2 = (3, 3, 2), a_3 = (8, 1, 3).$$

Вариант 8**1. Вычислить определитель:**

$$a) \begin{vmatrix} 2 & -7 \\ -5 & -5 \end{vmatrix}, \text{ б) } \begin{vmatrix} 1 & 7 & 0 \\ -2 & -2 & -3 \\ 1 & 4 & 2 \end{vmatrix}, \text{ в) } |A| = \begin{vmatrix} -3 & 9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу, обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix};$$

3. Решить матричное уравнение

$$X \times A = B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix};$$

4. Решить систему уравнений методом: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} 3x_1 - 9x_2 + 8x_3 = 5, \\ 2x_1 - 5x_2 + 5x_3 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 4. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 0; \end{cases}$$

5. Является ли следующая система векторов линейно зависимой?

$$a_1 = (3, 5, 4, 7), a_2 = (1, 0, 0, 0), a_3 = (0, 1, 0, 0),$$

$$a_4 = (0, 0, 1, 0), a_5 = (0, 0, 0, 1).$$

6. Найти ранг системы векторов и какой-нибудь базис.

$$a_1 = (2, -1, 3, -2, 4), a_2 = (4, -2, 5, 1, 7), a_3 = (2, -1, 1, 8, 2).$$

Вариант 9**1. Вычислить определитель:**

$$a) \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}, б) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 2 & -1 & 9 \\ 1 & -4 & 0 \end{vmatrix}, B); \quad |A| = \begin{vmatrix} 3 & -5 & -2 & 2 \\ -4 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & -9 & -3 & 7 \\ 2 & -6 & -3 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу, обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -8 & -5 \\ -4 & 7 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix};$$

3. Решить матричное уравнение

$$X \times A = B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 0 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему уравнений методом: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 8x_4 = -1, \\ x_1 + 3x_2 - 6x_3 + 2x_4 = 3, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 4; \end{cases}$$

5. Является ли следующая система векторов линейно зависимой?

$$a_1 = (3, 5, 4, 7), a_2 = (1, 0, 0, 0), a_3 = (0, 1, 0, 0),$$

$$a_4 = (0, 0, 1, 0), a_5 = (0, 0, 0, 1).$$

6. Найти ранг системы векторов и какой-нибудь базис.

$$a_1 = (2, -1, 3, -2, 4), a_2 = (4, -2, 5, 1, 7), a_3 = (2, -1, 1, 8, 2).$$

Вариант 10

1. Вычислить определитель:

$$a) \begin{vmatrix} 2 & -7 \\ -5 & -5 \end{vmatrix}, б) \begin{vmatrix} 1 & 7 & 0 \\ -2 & -2 & -3 \\ 1 & 4 & 2 \end{vmatrix}, B); \quad |A| = \begin{vmatrix} 6 & -5 & 8 & 4 \\ 9 & 7 & 5 & 2 \\ 7 & 5 & 3 & 7 \\ -4 & 8 & -8 & -3 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу, обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix};$$

3. Решить матричное уравнение

$$X \times A = B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix};$$

4. Решить систему уравнений методом: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 5, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 4; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 4, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 7, \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 4; \end{cases}$$

5. Является ли следующая система векторов линейно зависимой?

$$a_1 = (1, 2, 3, 4), a_2 = (4, 1, 2, 3), a_3 = (3, 4, 1, 2).$$

6. Найти ранг системы векторов и какой-нибудь базис.

$$a_1 = (5, 4, 3), a_2 = (3, 3, 2), a_3 = (8, 1, 3).$$

7.3.2. Примерные вопросы к итоговой аттестации (экзамены в 1 2 семестрах)

1. Понятие матрицы. Некоторые специальные виды матриц.
2. Действия над матрицами и их свойства.

3. Ранг матрицы. Равенство строчечного и столбцевого ранга матриц.
4. Ступенчатые матрицы. Нахождение ранга матрицы.
5. Элементарные преобразования матриц. Теорема о приведении матрицы к ступенчатому виду.
6. Вычисление определителей 2 –го и 3- го порядков.
7. Разложение определителя по первой строке.
8. Свойства определителей.
9. Критерий невырожденности квадратной матрицы.
10. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.
11. Определитель суммы и произведения квадратных матриц.
12. Способы вычисления определителей n -го порядка.
13. Системы линейных уравнений. Равносильные СЛУ и элементарные преобразования СЛУ.
14. Критерий совместности СЛУ. Теорема Кронекера – Капелли.
15. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса. Исследование СЛУ.
16. Однородная СЛУ. Фундаментальная система решений однородной системы.
17. Обратная матрица и способы ее нахождения. Решение матричного уравнения $AX = B$.
18. Решение СЛУ в матричной форме.
19. Решение систем n линейных уравнений с n неизвестными по правилу Крамера.
20. Система аксиом линейного векторного пространства.
21. Арифметические векторные пространства.
22. Свойства линейно зависимых и линейно независимых векторов. Ранг системы векторов.
23. Базис векторного пространства. Размерность векторного пространства.
24. Координаты вектора в базисе и их единственность.
25. Преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому.
26. Линейные операторы и их свойства.
27. Ядро и образ линейного оператора. Матрица линейного оператора.
28. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристическое уравнение.
29. Определение квадратичной формы.
30. Линейное преобразование переменных.
31. Канонический и нормальный виды квадратичной формы.
32. Теорема о приведении квадратичной формы к каноническому виду.
33. Способы приведения квадратичной формы к каноническому и нормальному виду.
34. Закон инерции квадратичных форм.
35. Ранг и положительный индекс квадратичной формы. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
36. Ортогональное преобразование переменных.
37. Способ приведения квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования.
38. Линейные отображения евклидовых пространств. Понятие изоморфизма евклидовых пространств.
39. Самосопряженные операторы и их матрицы. Собственные векторы и собственные значения самосопряженных операторов.
40. Аффинные и точечно-аффинные пространства размерности 1, 2, 3.
41. N -мерные аффинные и точечно-аффинные пространства.
42. Плоскости в точечно-аффинных пространствах, их взаимное расположение.
43. Выпуклые множества в точечно-аффинных пространствах.
44. Преобразование координат точки в точечно-аффинных пространствах.
45. Геометрические свойства линейных отображений аффинных пространств. Аффинные и изометрические отображения.

ПРИМЕРНЫЕ ВАРИАНТЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ

1. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса
$$\begin{cases} x-3y-z=1 \\ 2x+y+z=-7 \\ 2x-y-3z=5 \end{cases}$$

3. Вычислить определитель матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \\ 2 & -3 & 0 & 0 \\ -5 & -3 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

4. Найти собственные значения матрицы C^4 , если

$$C = \begin{pmatrix} -2i & 3i \\ 3i & -2i \end{pmatrix}.$$

5. Пусть M - выпуклая оболочка точек $A(7; -3)$, $B(9; -3)$, $C(7; -1)$, $D(8,8; -3)$, $E(8,2; -2,2)$, $F(7; -1,6)$.

Найдите ограничения в виде неравенств, которые задают множество M .

6. Решить методом Гаусса-Жордана следующую систему линейных уравнений, заданную в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ -2 & -1 & 7 \\ -3 & -6 & -14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить матрицу

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{19}$$

8. Для любых ли квадратных матриц второго порядка A и B верно равенство $AB = BA$?
 Ответ обосновать.

9. Из системы столбцов заданной матрицы A выделить максимальную линейно независимую подсистему и представить остальные столбцы в виде линейных комбинаций выделенных:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ 5 & 7 & 10 & -3 \\ 2 & -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

13. Вычислить определитель матрицы $M = \begin{pmatrix} 3A & 9A \\ 4A & 11A \end{pmatrix}$, где $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$.

14. Линейное преобразование в пространстве \mathbf{R}^3 переводит вектор вида (a, b, c) в вектор $(c, a + 4b + c, a)$. Записать матрицу этого преобразования в каноническом базисе. Найти собственные значения заданного преобразования.

15. Найти сумму и произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

16. Следующую систему уравнений решить методом Крамера
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 + 5x_4 = 2; \\ x_1 + x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1; \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3; \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -3. \end{cases}$$

17. Найти фундаментальный набор решений однородной СЛУ
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 = 0 \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 = 0 \end{cases}$$

18. Исследовать на совместимость СЛУ. Найти общее и одно частное решения.

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 1, \\ 2x_1 + 10x_2 + 8x_3 = 3, \\ 3x_1 + 15x_2 + 12x_3 = 5; \end{cases}$$

19. Найти матрицу, обратную к данной

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 8 & 7 & 6 & 5 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

20 Найти ранг матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 8 & 7 & 6 & 5 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

21. Записать квадратичную форму в матрично-векторном виде.

Выяснить, является ли квадратичная форма положительно определенной, отрицательно определенной, неопределенной. $\zeta = x_1^2 + 3x_2^2 - 3x_3^2 + 8x_1x_2 - 6x_1x_3 + 4x_2x_3$.

22. Записать квадратичную форму в матрично-векторном виде.

Выяснить, является ли квадратичная форма положительно определенной, отрицательно определенной, неопределенной. $\zeta = 2x_2^2 + 4x_3^2 + 12x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3$

7.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Поскольку практически всякая учебная дисциплина призвана формировать сразу несколько компетенций, критерии оценки целесообразно формировать в два этапа.

1-й этап - начальный: определение критериев оценки отдельно по каждой формируемой компетенции. Сущность 1-го этапа состоит в определении критериев для оценивания отдельно взятой компетенции на основе продемонстрированного обучаемым уровня самостоятельности в применении полученных в ходе изучения учебной дисциплины, знаний, умений и навыков.

2-й этап - заключительный: определение критериев для оценки уровня обученности по учебной дисциплине на основе комплексного подхода к уровню сформированности всех компетенций, обязательных к формированию в процессе изучения предмета.

Сущность 2-го этапа определения критерия оценки по учебной дисциплине заключена в определении подхода к оцениванию на основе ранее полученных данных о сформированности каждой компетенции, обязательной к выработке в процессе изучения предмета. В качестве основного критерия при оценке обучаемого при определении уровня освоения учебной дисциплины наличие сформированных у него компетенций по результатам освоения учебной дисциплины.

Показатели оценивания компетенций и шкала оценки

Оценка «неудовлетворительно» (не зачтено) или отсутствие сформированности компетенции	Оценка «удовлетворительно» (зачтено) или низкой уровень освоения компетенции	Оценка «хорошо» (зачтено) или повышенный уровень освоения компетенции	Оценка «отлично» (зачтено) или высокий уровень освоения компетенции
Уровень освоения дисциплины, при котором у обучаемого не сформировано более 50% компетенций. Если же учебная дисциплина выступает в качестве итогового этапа формирования компетенций (чаще всего это дисциплины профессионального цикла) оценка «неудовлетворительно» должна быть выстав-	При наличии более 50% сформированных компетенций по дисциплинам, имеющим возможность до- формирования компетенций на последующих этапах обучения. Для дисциплин итогового формирования компетенций естественно выставлять оценку «удовлетворительно», если сфор-	Для определения уровня освоения промежуточной дисциплины на оценку «хорошо» обучающийся должен продемонстрировать наличие 80% сформированных компетенций, из которых не менее 1/3 оценены отметкой «хорошо». Оценивание итоговой дисциплины на «хорошо» обуславливается наличием у	Оценка «отлично» по дисциплине с промежуточным освоением компетенций, может быть выставлена при 100% подтверждении наличия компетенций, либо при 90% сформированных компетенций, из которых не менее 2/3 оценены отметкой «хорошо». В случае оценивания уровня освоения дис-

лена при отсутствии сформированности хотя бы одной компетенции	мированы все компетенции и более 60% дисциплин профессионального цикла «удовлетворительно»	обучаемого всех сформированных компетенций причем общепрофессиональных компетенции по учебной дисциплине должны быть сформированы не менее чем на 60% на повышенном уровне, то есть с оценкой «хорошо».-	циплины с итоговым формированием компетенций оценка «отлично» может быть выставлена при подтверждении 100% наличия сформированной компетенции у обучаемого, выполнены требования к получению оценки «хорошо» и освоены на «отлично» не менее 50% общепрофессиональных компетенций
----------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

8.1. Основная литература:

1. Жукова, Г. С. Аналитическая геометрия. Векторная и линейная алгебра : учебное пособие / Г.С. Жукова, М.Ф. Рушайло. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 415 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-108299-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1067421>
2. Расулов, К. М. Гомонов, С. А. Математика. Линейная алгебра : учебно-справочное пособие / С. А. Гомонов, К. М. Расулов ; под общ. ред. К. М. Расулова. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2021. — 144 с. — (Профессиональное образование). - ISBN 978-5-91134-713-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1081982>
3. Ржевский, С. В. Высшая математика I: линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие / С.В. Ржевский. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 211 с. - ISBN 978-5-16-108269-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1065260>
4. Ячменев, Л. Т. Высшая математика : учебник / Л. Т. Ячменёв. - Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2020. - 752 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-369-01032-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1056564>

8.2. Дополнительная литература

1. Жукова, Г. С. Высшая математика для бакалавра. Практикум : учебное пособие : в 2 частях. Часть 1 / Г.С. Жукова. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 223 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-108293-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1067376>
2. Жукова, Г. С. Математика : учебное пособие / Г.С. Жукова. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 351 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-108295-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1067391>
3. Малыхин, В. И. Высшая математика : учебное пособие / В. И. Малыхин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 365 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-002625-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1067788>
4. Лакерник, А. Р. Высшая математика. Краткий курс : учебное пособие / А. Р. Лакерник. - Москва : Логос, 2020. - 528 с. - (Новая университетская библиотека). - ISBN 978-5-98704-523-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1214510>

9 .Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

вид учебных занятий	Организация деятельности студента
Лекция	Написание конспекта лекций: краткое, схематичное, последовательное фиксирование основных положений, выводов, формулировок, обобщений; выделение ключевых слов, терминов. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросы, терминов, материала, вызывающего трудности. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии. Уделить внимание следующим понятиям (<i>перечисление понятий</i>) и др.
Практические занятия	Конспектирование источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы, работа с текстом (<i>указать текст из источника и др.</i>). Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, решение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму и др.
Контрольная работа/индивидуальные задания	Знакомство с основной и дополнительной литературой, включая справочные издания, зарубежные источники, конспект основных положений, терминов, сведений, требующих для запоминания и являющихся основополагающими в этой теме. Составление аннотаций к прочитанным литературным источникам и др.
Реферат/курсовая работа	<i>Реферат</i> : Поиск литературы и составление библиографии, использование от 3 до 5 научных работ, изложение мнения авторов и своего суждения по выбранному вопросу; изложение основных аспектов проблемы. Ознакомиться со структурой и оформлением реферата. <i>Курсовая работа</i> : изучение научной, учебной, нормативной и другой литературы. Отбор необходимого материала; формирование выводов и разработка конкретных рекомендаций по решению поставленной цели и задачи; проведение практических исследований по данной теме. Использование методических рекомендаций по выполнению и оформлению курсовых работ
Практикум / лабораторная работа	Методические указания по выполнению лабораторных работ (<i>можно указать название брошюры и где находится</i>) и др.
Коллоквиум	Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам и др.
Подготовка к экзамену (зачету)	При подготовке к экзамену (зачету) необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и др.

10. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)

10.1. Общесистемные требования

Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «КЧГУ»

<http://kchgu.ru> - адрес официального сайта университета

<https://do.kchgu.ru> - электронная информационно-образовательная среда КЧГУ

Электронно-библиотечные системы (электронные библиотеки)

Учебный год	Наименование документа с указанием реквизитов	Срок действия документа
-------------	-----------------------------------------------	-------------------------

2024-2025 учебный год	Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор №238 эбс от 23.04.2024 г. Электронный адрес: https://znanium.com	от 23.04.2024г. до 11.05.2025г.
2024-2025 учебный год	Электронно-библиотечная система «Лань». Договор № 36 от 14.03.2024 г. Электронный адрес: https://e.lanbook.com	Бессрочный
2024-2025 учебный год	Электронно-библиотечная система КЧГУ. Положение об ЭБ утверждено Ученым советом от 30.09.2015г. Протокол № 1. Электронный адрес: http://lib.kchgu.ru	Бессрочный
2024-2025 учебный год	Национальная электронная библиотека (НЭБ). Договор №101/НЭБ/1391-п от 22. 02. 2023 г. Электронный адрес: http://rusneb.ru	Бессрочный
2024-2025 учебный год	Научная электронная библиотека «ELIBRARY.RU». Лицензионное соглашение №15646 от 21.10.2016 г. Электронный адрес: http://elibrary.ru	Бессрочный
2024-2025 учебный год	Электронный ресурс Polpred.com Обзор СМИ. Соглашение. Бесплатно. Электронный адрес: http://polpred.com	Бессрочный

10.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

1. Учебная аудитория № 205 для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации

Специализированная мебель:

- столы ученические, стулья, доска маркерная.

Учебно-наглядные пособия (в электронном виде).

Технические средства обучения:

Телевизор, экран в комплекте с проектором, системный блок с подключением к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная

Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная

ABBYY Fine Reader (лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная

Calculate Linux (внесён в ЕРПП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная

Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная

2. Читальный зал, 80 мест, 10 компьютеров.

Специализированная мебель: столы ученические, стулья.

Технические средства обучения:

Дисплей Брайля ALVA с программой экранного увеличителя MAGic Pro;

стационарный видеоувеличитель Clear View с монитором;

2 компьютерных роллера USB&PS/2; клавиатура с накладкой (ДЦП);

акустическая система свободного звукового поля Front Row to Go/\$;

персональные компьютеры с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная

Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная

ABBYY Fine Reader (лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная

Calculate Linux (внесён в ЕРПП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная

Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная

3. Научный зал, 20 мест, 10 компьютеров

Специализированная мебель: столы ученические, стулья.

Технические средства обучения:

персональные компьютеры с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная

Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная

ABBYY Fine Reader (лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная

Calculate Linux (внесён в ЕРПП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная

Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная

4. Аудитория для самостоятельной работы обучающихся № 507 (учебно-лабораторный корпус)

Специализированная мебель:

столы ученические, стулья, доска меловая.

Учебно-наглядные пособия (в электронном виде).

Технические средства обучения:

ноутбуки в количестве 3 шт. с подключением к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Лицензионное программное обеспечение:

1. ABBYY FineReader (лицензия №FCRP-1100-1002-3937), бессрочная.

2. Calculate Linux (внесён в ЕРПП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная.

3. Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная.

4. Kaspersky Endpoint Security (Лицензия № 1CI2-230131-040105-990-2679), с 25.01.2023 г. по 03.03.2025 г.

5. Microsoft Office (лицензия №60127446), бессрочная.

6. Microsoft Windows (лицензия №60290784), бессрочная

10.3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Информационно-правовой портал «Консультант плюс» (правовая база данных). [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.consultant.ru/>

2. Информационно-правовой портал «Гарант» (правовая база данных). [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.garant.ru/>

3. Официальный сайт Министерства финансов РФ.[Электронный ресурс]. – URL: <https://minfin.gov.ru/ru/>

4. Официальный сайт журнала «Главбух» [Электронный ресурс]. - <https://www.glavbukh.ru/>

5. Официальный сайт Портала, посвященный бухгалтерскому учету, налогам и аудиторской деятельности в России [Электронный ресурс]. - <https://www.audit-it.ru/>

11. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Для лиц с ОВЗ и/или с инвалидностью РПД разрабатывается на основании «Положения об организации образовательного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в федеральном государственном бюджетном образо-

вательном учреждении высшего образования «Карачаево-Черкесский государственный университет имени У. Д. Алиева».

12. Лист регистрации изменений

Изменение	Дата и номер протокола ученого совета Университета, на котором были утверждены изменения	Дата введения изменений
Обновлены договоры: - на использование лицензионного программного обеспечения: оказание услуг по продлению лицензий на антивирусное программное обеспечение. Kaspersky Endpoint Security (номер лицензии 280E-210210-093403-420-2061). 2021-2023 годы; - на предоставление доступа к ЭБС ООО «Знаниум». Договор № 5184 ЭБС от 25.03.2021г. (с 30.03.2021 по 30.03.2022г.).		
Обновлены договоры: - на предоставление доступа к ЭБС ООО «Знаниум». Договор № 179 ЭБС от 25.03.2022г. (с 30.03.2022 по 30.03.2023г.).		
Обновлены договоры: - на использование лицензионного программного обеспечения: оказание услуг по продлению лицензий на антивирусное программное обеспечение - Kaspersky Endpoint Security (Лицензия № 1C12-230131-040105-990-2679), с 25.01.2023 г. по 03.03.2025 г. - на предоставление доступа к ЭБС ООО «Знаниум». Договор № 915 ЭБС от 12.05.2023г. (с 12.05.2023 по 12.05.2024г.).		
Обновлены договоры: - на предоставление доступа к ЭБС ООО «Знаниум». Договор № 238 ЭБС от 23.04.2024 г. (с 23.04.2024г. по 11.05.2025г.).		